

GEN FREKANSLARI VE GENOTİP OLASILIKLARINA DAYALI SEÇİM

(Gene frequencies and selection based on Genotypic expectancies)

Alaettin KUTSAL (*)

Deniz BÜYÜKKILIÇ (**)

GİRİŞ

Kitledeki bazı genotiplere diğerlerinden daha çok çoğalma şansı tanımaya "seçim" denir. Seçim doğa tarafından yapılırsa "Doğal seçim", insanlar tarafından yapılırsa "Yapay seçim" adını alır. Ayıklama amacile bir gen seçilmiş ise bu genin sonraki kuşaktaki frekansı, önceki kuşaktaki frekansından daha az olur. Bu azalma, eşitlik yardımıyla bulunabiliyor. Her biri birer gen çifti tarafından meydana getirilen iki ya da daha çok özelliğin birlikte kalıtımında gen frekansları olasılıklar yardımıyla bulunur.

Bu çalışmanın amacı, iki ya da daha çok gen çiftinin birlikte seçilmelerinde gen frekanslarının eşitlik ile bulunmasını açıklamak ve sayısal uygulama ile konuyu daha belirgin hale koymaktır.

GENEL BİLGİLER

Bir toplulukta kuşaktan kuşağa geçişte, belirli bir özellik yönünden gen frekansları değişmiyor ise, o topluluk sözü edilen özellik yönünden "dengededir" denir. Bu olaya "Hardy - Weinberg" yasası denir. Dengede olan topluluklarda evlenmeler rasgeledir ve herhangi bir gene yönelik seçim, söz konusu değildir [Düzgüneş (1); İnal (2); LeRoy (5); Li (6); Şaylı (7)].

Dengede olan toplulukta bir gen çifti tarafından (AA, Aa, aa) meydana getirilen bir karakter için ilk kuşakta A geninin frekansı PA_0 ve aleli bulunan a geninin frekansı qA_0 ile gösterilsin. Rasgele evlenmeler sonucu bir sonraki kuşakta genotipler ve beklenen olasılıklar aşağıdaki gibi olur.

(*) Hacettepe Ü. İstatistik Bölümü Öğretim Üyesi.

(**) Hacettepe Ü. İstatistik Bölümü Asistanı.

TABLO: 1 – Kuşaklarda, genotipler ve beklenen olasılıklar.

Genler	İlk kuşak		Sonraki kuşak			
	A	a	Genotipler	AA	2Aa	aa
Gen frekansları	PA_0	qA_0	Beklenen olasılıklar	PA^2	$2.PA_1. qA_1$	qA_1^2

Sonraki kuşağın gen frekansı ise aşağıdaki gibi bulunur.:

$$PA_1 = \frac{2. PA_0^2 + PA_0. qA_0}{2 (PA_0^2 + 2. PA_0. qA_0 + qA_0^2)} \quad (1)$$

$$qA_1 = \frac{PA_0. qA_0 + 2. qA_0^2}{2 (PA_0^2 + 2. PA_0. qA_0 + qA_0^2)} \quad \text{yada} \quad qA_1 = 1 - PA_1 \quad (2)$$

Burada PA_1 in PA_0 a ve qA_1 in qA_0 a eşit olduğu görülmektedir

Düzgünes (1), Kutsal (3); Şaylı (7) .

Bu durumu sayısal bir örnekle açıklayalım:

Örnek: 100 bireylik bir toplulukta 64 tane AA, 32 tane Aa ve 4 tane aa genotipli birey bulunsun. Toplulukta A geninin frekansı,

$$PA_0 = \frac{2. 64 + 32}{2 (64 + 32 + 4)} = 0.8 \quad \text{bulunur.}$$

Toplulukta a geninin frekansı,

$$qA_0 = \frac{32 + 2. 4}{2 (64 + 32 + 4)} = 0.2 \quad \text{ya da} \quad qA_0 = 1 - 0.8 = 0.2 \quad \text{olarak bulunur.}$$

Aynı toplulukta rasgele birleşmeler sonucu meydana gelen bir sonraki kuşakta genotipler ve beklenen olasılıklar aşağıdaki gibi olur:

TABLO: 2 – Kuşaklarda genotipler ve beklenen olasılıklar.

İlk kuşak			Sonraki kuşak			
Genler	A	a	Genotipler	AA	2. Aa	aa
Gen frekansları	0.8	0.2	Beklenen olasılıklar	0.64	0.32	0.04

Sonraki kuşağın gen frekansları hesaplandıkta,

$$p_{A_1} = \frac{2 \cdot 0.64 + 0.32}{2 \cdot (0.64 + 0.32 + 0.04)} = 0.8 \text{ ve } q_{A_1} = 1 - 0.8 = 0.2 \text{ bulunur}$$

Kutsal (3).

Belirli bir özellik yönünden gen frekanslarının kuşaktan kuşağa önemli değişiklik göstermesi, diğer bir deyimle dengenin bozulması için dört etken bilinmektedir. Bunlar:

- Bir yönlü mutasyon olayları,
- Göçler,
- Rasgele genetik kaymalar,
- Bazı genlere yönelik doğal ya da yapay seçimlerdir [(Düzgüneş (1); İnal (2); Le Roy (5); Li (6); Şaylı (7))].

Bir gene yönelik seçim, bu geni taşıyan genotiplerde alellerden birini seçmek, seçimi istenen geni taşıyan bireylerin tümünün ya da bir kesiminin yaşama ya da üreme yeteneğini kaldırmakla yapılır. Böylece seçilen genin sonraki kuşağa katkısı önceki kuşağa göre azalır. Seçimin gücü "seçim katsayısı" olarak adlandırılır ve (S) ile gösterilir. Seçim katsayısı, istenen genotipler seçilen genotipin gametik katkısındaki orantılı azalmadır [(Düzgüneş (1); İnal (2); Le Roy (5); Li (6))].

Toplulukta a geni istenmeyen özellik ve A, a ya tam dominant olsun. Yetiştirici her kuşakta elde ettiği aa geno ve fenotipli yavruları damızlıktan çıkarıp (S =1), geriye kalanlar rasgele çoğalmaya bırakılıyor olsun. aa her seçildikten sonra geriye kalan bireylerin oluşturduğu toplulukta, ya da bu topluluğun rasgele birleşmesi sonucu meydana gelen yeni kuşakta gen frekansları için (1) ve (2) numaralı eşitlikler aşağıdaki eşitliklere döner.

$$PA_1 = \frac{2 \cdot PA_1^2 + PA_1 \cdot qA_1}{2(PA_1^2 + 2 \cdot PA_1 \cdot qA_1)} \quad (3); \quad qA_1 = \frac{PA_1 \cdot qA_1}{2(PA_1^2 + 2 \cdot PA_1 \cdot qA_1)} \quad (4)$$

PA_1 ve qA_1 için (3) ve (4) numaralı eşitlikler yerine aşağıdaki eşitlikler verilebilir:

$$PA_1 = \frac{PA_0}{1 - S \cdot qA_0^2} \quad (5); \quad qA_1 = \frac{qA_0 (1 - S \cdot qA_0)}{1 - S \cdot qA_0^2} \quad (6)$$

[İnal (2); Kutsal (3) ve (4); LeRoy (5); Li (6)].

Bu durumu da sayısal bir örnekle açıklayalım Kutsal (3 ve 4) :

$PA_0 = 0.2$; $qA_0 = 0.8$ ve $S = 1$ olsun.

TABLO : 3 -- Kuşaklarda genotipler ve beklenen olasılıklar.

İlk kuşak	Sonraki kuşak					
	A	a				
Genler	A	a	Genotipler	AA	2Aa	aa
Gen frekansları	0.2	0.8	Beklenen olasılıklar	0.04	0.32	0.64

$S = 1$ olduğu için aa geno ve fenotipte olanların tümü seçilse, sonraki kuşağın geriye kalan bireylerinde gen frekansları aşağıdaki gibi olur.

$$PA_1 = \frac{2 \cdot 0.04 + 0.32}{2(0.04 + 0.32)} = \frac{0.40}{0.72} = 0.56 \text{ ya da}$$

$$PA_1 = \frac{0.2}{1 - 1 \cdot 0.8^2} = \frac{0.2}{0.36} = 0.56$$

$$qA_1 = \frac{0.32}{2(0.04 + 0.32)} = \frac{0.32}{0.72} = 0.44 \text{ ya da}$$

$$qA_1 = \frac{0.8(1 - 1 \cdot 0.8)}{1 - 1 \cdot 0.8^2} = \frac{0.16}{0.36} = 0.44$$

Gen frekansları $PA = 0.56$ ve $qA = 0.44$ olan bir topluluk, diğer bir deyimle, ilk kuşakta aa ların tümü damızlıktan çıkarıldıktan sonra geriye kalan topluluk, kendi aralarında rasgele birleşme ile ürerse, bir sonraki kuşağın genotipleri ve beklenen olasılıkları aşağıdaki gibi olur.

TABLO : 4 – Kuşaklarda genotipler ve beklenen olasılıklar

Önceki kuşak	Sonraki kuşak					
	A	a				
Genler			Genotipler	AA	2.Aa	aa
Gen frekansları	0.56	0.44	Beklenen olasılıklar	0.3136	0.4928	0.1936

Burada da aa geno ve fenotipinde olan bireylerin tümü damızlıktan çıkarılır ise, geriye kalan bireylerin oluşturduğu topluluğun gen frekansları aşağıdaki gibi olur:

$$PA = \frac{0.56}{1 - 1 \cdot 0.44^2} = 0.69 \text{ ve}$$

$$qA = \frac{0.44(1 - 10.44)}{1 - 1 \cdot 0.44^2} = 0.31$$

Herbiri birer gen çifti tarafından oluşturulan özelliklerde, iki özelliğin birlikte kalıtımında genotipler ve olasılıkları ile çeşitli gen frekanslarına göre genotiplerini sayısal olasılıkları aşağıdadır [Düzgüneş (1); Kutsal (4)].

TABLO: 5 – Genotipler ve olasılıklar.

Genotipler	Olasılıklar	$P_A=0.5;$	$P_A=0.2;$	$P_A=0.533;$
		$P_B=0.5$	$P_B=0.3$	$P_B=0.533$
AABB	$P_A^2 \cdot P_B^2$	0.0625	0.0036	0.0807
AABb	$2 \cdot P_A^2 \cdot P_B \cdot q_B$	0.1250	0.0168	0.1414
AAbb	$P_A^2 \cdot q_B^2$	0.0625	0.0196	0.0620
AaBB	$2 \cdot P_A^2 \cdot q_A \cdot P_B^2$	0.1250	0.0288	0.1414
AaBb	$4 \cdot P_A \cdot q_A \cdot P_B \cdot q_B$	0.2500	0.1344	0.2478
Aabb	$2 \cdot P_A \cdot q_A \cdot q_B^2$	0.1250	0.1568	0.1086
aaBB	$q_A^2 \cdot P_B^2$	0.0625	0.0576	0.0620
aaBb	$2 \cdot q_A^2 \cdot P_B \cdot q_B$	0.1250	0.2688	0.1086
aabb	$q_A \cdot q_B^2$	0.0625	0.3136	0.0475
		1.0000	1.0000	1.0000

Sayısal olasılıkların elde edilmesini bir örnekle açıklayalım:

$P_A = 0.5$; $P_B = 0.5$ için :

AaBb genotiplerini olasılıkları $4 \cdot P_A \cdot q_A \cdot P_B \cdot q_B$ olduğuna göre sayısal verileri yerlerine koyunca $4 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.5 = 0.25$ bulunur.

$P_A = 0.2$ ve $P_B = 0.3$ için AaBb genotiplerinin sayısal olasılıkları da $4 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 0.1344$ ve $P_A = P_B = 0.533$ için de AaBb genotiplerinin sayısal olasılıkları $4 \cdot 0.53 \cdot 0.47 \cdot 0.53 \cdot 0.47 = 0.2478$ bulunur.

İki Yada Daha Çok Gen Çiftinin Birlikte Seçimi

1-- Herbiri birer gen çifti tarafından oluşturulan özelliklerde iki özelliğin birlikte seçimi.

Herbiri birer gen çifti tarafından oluşturulan özelliklerde iki özelliğin birlikte seçiminde istenmeyen genotipler aabb ise, seçim katsayısının $S = 1$ olması halinde, diğer bir deyimle, aabb geno ve fenotipinde olanların tümü damızlıktan çıkarıldıkları takdirde, bir sonraki kuşakta beklenen olasılıkları $P_{A_0} ; q_{A_0} ; P_{B_0} ; q_{B_0}$ a dayalı olarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$P_{A_1} = \frac{2(P_{A_0}^2 \cdot P_{B_0}^2 + 2 \cdot P_{A_0}^2 \cdot P_{B_0} \cdot q_{B_0} + P_{A_0}^2 \cdot q_{B_0}^2) + 2 \cdot P_{A_0} \cdot q_{A_0} \cdot P_{B_0}^2 + 4 \cdot P_{A_0} \cdot q_{A_0} \cdot P_{B_0} \cdot q_{B_0} + 2 \cdot P_{A_0} \cdot q_{A_0} \cdot q_{B_0}^2}{2(1 - S \cdot q_{A_0}^2 \cdot q_{B_0}^2)} \quad (7)$$

Pay ve payda 2 ye bölünür ve $P_{A_0}^2 \cdot P_{B_0}^2 + 2 \cdot P_{A_0}^2 \cdot P_{B_0} \cdot q_{B_0} + P_{A_0}^2 \cdot q_{B_0}^2$ yerine eşitli olan $(P_{A_0} \cdot P_{B_0} + P_{A_0} \cdot q_{B_0})^2$ yazılır ve geriye kalanlarda $P_{A_0} \cdot q_{A_0}$ parantez dışına alınır ise yukarıdaki eşitlik aşağıdaki biçime döner.:

$$P_{A_1} = \frac{(P_{A_0} \cdot P_{B_0} + P_{A_0} \cdot q_{B_0})^2 + P_{A_0} \cdot q_{A_0} (P_{B_0}^2 + q_{B_0}^2 + 2 \cdot P_{B_0} \cdot q_{B_0})}{1 - S \cdot q_{A_0}^2 \cdot q_{B_0}^2}$$

$P_{B_0} + q_{B_0} = 1$ olduğu için yukarıdaki eşitlik sadeleşince aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$P_{A_1} = \frac{P_{A_0}}{1 - S \cdot q_{A_0}^2 \cdot q_{B_0}^2} \quad (8)$$

Şeçimde aabb genotipler seçilir iken aa ile bb aynı ağırlıkta seçildikleri için P_{B_1} için P_{A_1} in aynı sonuç elde edilir. q_{A_1} , $1 - P_{A_1}$ e eşit olduğu için buradan q_{A_1} ve onun eşiti olan q_{B_1} bulunur.

Eşitlik (8) yardımıyla, birer gen çifti tarafından meydana getirilen iki karakterin birlikte seçiminde, bir önceki kuşağın gen frekanslarına dayalı olarak, seçimden sonraki kuşağın gen frekansları bulunabilir.

$$\text{Örnek: } P_{A_0} = q_{A_0} = 0.5 ; \quad P_B = q_B = 0.5 \quad \text{ve} \quad S = 1,$$

diğer bir deyimle, aabb geno ve fenotiplerin tümü damızlıktan çıkarılır ise, geriye kalan bireylerin oluşturduğu topluluğun gen frekansları eşitlik (7) ye göre şöyle bulunur.

$$P_{A_1} = \frac{2 \cdot (0.0625 + 0.1250 + 0.0625) + 0.1250 + 0.2500 + 0.1250}{2 \cdot (1 - 0.0625)} = 0.533$$

P_{A_1} eşitlik (8) e göre de şöyle bulunur:

$$P_{A_1} = \frac{0.5}{1 - 1 \cdot 0.5^2 \cdot 0.5^2} = \frac{0.5}{0.9375} = 0.533$$

$$q_{A_1} = 1 - 0.533 = 0.467 \text{ dir.} \quad P_{B_1} = 0.533 \text{ ve} \quad q_{B_1} = 0.467 \text{ dir.}$$

Birinci kuşakta aabb geno ve fenotiplerin tümü damızlıktan çıkarılır ise, diğer bir deyimle 5 numaralı tabloda beşinci sütunda görülen 0.0475 atılırsa, geriye kalan bireylerin oluşturduğu topluluğun gen frekansları aşağıdaki gibi bulunur:

$$P_{A_2} = \frac{P_{A_1}}{1 - S \cdot q_{A_1}^2 \cdot q_{B_1}^2} = \frac{0.533}{1 - 1 \cdot 0.467^2 \cdot 0.467^2} = \frac{0.533}{0.9525} = 0.5596$$

$$q_{A_2} = 1 - 0.5596 = 0.4404$$

$$P_{B_2} = P_{A_2} , \quad q_{B_2} = q_{A_2} \quad \text{dir.}$$

Böylece beş kuşak ileriye gidildikte elde edilen sonuçlar tablo 6'da verilmiştir.

TABLO: 6 – Kuşaklar, gen frekansları ve aabb lerin olasılıkları.

Kuşak	PA	qA	PB	qB	q _A ²	q _B ²
F ₀	0.5	0.5	0.5	0.5	0.0625	
F ₁	0.533	0.467	0.533	0.467	0.0475	
F ₂	0.56	0.44	0.56	0.44	0.0375	
F ₃	0.582	0.418	0.582	0.418	0.0305	
F ₄	0.6	0.4	0.6	0.4	0.0256	
F ₅	0.616	0.384	0.616	0.384	0.0217	
F ₆	0.63	0.37	0.63	0.37	—	

Bu işlemler istenen kuşağa götürülebilir.

2 – Herbiri birer gen çifti tarafından oluşturulan özelliklerde ikiden çok özelliğin birlikte seçimi.

İki özelliğin birlikte seçimi için verilen (8) numaralı eşitlik, N özellik için genelleştirilir ise, aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$P_{A1} = \frac{P_{Ao}}{1 - S \cdot q_{Ao}^2 \cdot q_{Bo}^2 \cdot \dots \cdot q_{No}^2} \quad (9)$$

İstenmeyen homozigot resesif genler aabb nn olarak gösterilir ise, böyle geno ve fenotiplerin topluluktaki beklenen olasılığı aşağıdaki gibidir:

$$q_A^2 \cdot q_B^2 \cdot \dots \cdot q_N^2 \quad (10)$$

Önceki kuşaktaki aabb nn geno ve fenotipinde olanların tümü seçilse (S = 1 ise), bir sonraki kuşakta aabb nn geno ve fenotipinde olanların olasılığı, eşitlik (9) yardımıyla hesaplanan gen frekanslarının eşitlik (10) da yerlerine konulmasıyla bilinir.

Örnek: Herbiri birer gen çifti tarafından oluşturulan özelliklerde üç özelliğin birlikte seçiminde, $P_{A_0} = P_{B_0} = P_{C_0} = 0.5$ dolayısıyla $q_{A_0} = q_{B_0} = q_{C_0} = 0.5$ ise, aabbcc geno ve fenotipli bireylerin olma olasılığı:

$$q_{A_0}^2 \cdot q_{B_0}^2 \cdot q_{C_0}^2 = 0.5^2 \cdot 0.5^2 \cdot 0.5^2 = 0.015625 \text{ dir.}$$

$S = 1$, diğer bir deyimle aabbcc lerin tümü seçildiği zaman geriye kalan bireylerin oluşturduğu topluluğun ya da geriye kalan bireylerin rasgele birleşerek oluşturdukları bir sonraki kuşağın gen frekansları

$$P_{A_1} = \frac{0.5}{1 - 1 \cdot 0.5^2 \cdot 0.5^2 \cdot 0.5^2} = \frac{0.5}{0.984375} = 0.50793 \text{ dir.}$$

$P_{A_1} = P_{B_1} = P_{C_1}$ olduğu için aynı değer onlar için de geçerlidir.

6 numaralı tablonun bir benzeri ikiden çok gen çiftinin birlikte seçim için düzenlenebilir.

3 – Kesim 1 ve 2 den verilen sonuçlar

a. Başlangıçta ele alınan genlerin P leri birbirinden farklı iseler, sonraki kuşakta bütün genlerin P leri, dolayısıyla q ları birbirine eşit olurlar.

b. F_0 dan F_1 'e geçişte bir sıçrama vardır. Dominant genler çoğalmış, resesif genler azalmıştır. Alel genlerin frekansları arasındaki fark çoğaldıkça sıçrama da büyük olur.

c. F_1 den F_6 ya doğru, gittikçe azalan bir hızla, dominant genlerin frekanslarında çoğalma, resesif genlerin frekanslarından azalma görülmektedir.

d. Dominant bir gen kendi haline tam dominant olduğu zaman $S = 1$ olsa bile, diğer bir deyimle homozigot resesif geno ve fenotipli bireylerin tümü damızlıktan çıkarılsa, uzun yıllar uğraşılsa, yine de sürü resesif genlerden temizlenemez.

e. Seçim katsayısı 1 den küçük olduğu zaman kuşaktan kuşağa geçişte hamle hızı azalır ve istenen sonuca daha geç varılır.

f. Kuşaktan kuşağa geçişte P_A nın artması, diğer bir deyimle q_A nın azalması, belirli bir hızın altına düştüğünde çalışmalar ekonomik değerini kaybeder.

g. Nicesel özelliklerde seçim için zor ve karışık eşitlikler yerine, bir dönüşümle burada görülen eşitlikleri uygulamak, ya da, bu eşitliklerden hareketle yeni çözüm yolları aramak önerilmeğe değer bulunmuştur.

ÖZET

İki ya da daha çok gen çiftinin birlikte seçilmelerinde gen frekansları, beklenen olasılıkları üzerinde durulmuş, sayısal örneklerde konu tanıtılmış ve önceki kuşağın gen frekansları yardımıyla bir sonraki kuşağın gen frekansları ve genotip olasılıklarının bulunmasında kullanılan (8) ve (9) numaralı eşitlikler verilmiş, sayısal örneklerle eşitliklerin kullanılması tanıtılmıştır. Seçimlerin çeşitli aşamalarından elde edilen sonuçlar dikkate alınarak yetiştiricilere önerilerde bulunulmuştur.

SUMMARY

Gene frequencies and selection based on Genotypic expectancies

In the selection of two or more pairs of genes together, the attention was concentrated on the frequencies of genes, expected probabilities and the subject was identified with numeric example. The (8) th and (9) th formulas used in the discovery of genotype probabilities and gene frequencies are provided and uses of formula, are identified with numeric examples. The results obtained from various stages of the selection have been taken in to consideration and the breeders were advised accordingly.

LİTERATÜR

- 1 — DÜZGÜNEŞ, O. (1963) : *Genetik. Ege Üniversitesi Ziraat Fakültesi yayınları: 30. II inci baskı. Ege Ü. Matbaası, İzmir.*
- 2 — İNAL, C. (1977): *İkiden çok gen bulunan kitlelerde gen frekanslarının differensiyel denklemle elde edilmesi ve genotip frekanslarını olasılık fonksiyonu. Doçentlik Tezi, Ankara.*
- 3— KUTSAL, A. (1955) : *Gen nisbeti ve pratikteki yeri. T. V. H. D. dergisi, cilt: 25, sayı: 102 - 103, sayfa: 2096 - 2101 Ankara.*
- 4 — KUTSAL, A. (1955): *İki ve daha fazla gen çifti tarafından meydana getirilen vasıflarda gen frekanslarının hesaplanması. T. V. H. D. dergisi cilt: 25, sayı: 102 - 103, sayfa: 2104 - 2107, Ankara.*
- 5 — LE ROY, H. L. (1960) : *Statistical Methoden Der Populat genetik. Birkhöuser Verlag. Basel und Stuttgart.*
- 6 — Lİ C. C. (1955) : *Population Geneties. The University of Chicago Press. Chicago.*
- 7 — ŞAYLI, B. S. (1973): *Medikal Genetik: 2. Temel Medikal genetik (gözden geçirilmiş ikinci baskı) A. Ü. Tıp Fak. Yayını No: 201. A. Ü. Basımevi, Ankara.*