

AKRABALIĞIN TAHMİN EDİLMESİ
(DERLEME)
(Estimation of Relationship)
(A Review)

Kadir KIZILKAYA *

Numan AKMAN **

SUMMARY

The individuals with at least one common ancestor are said to be relatives. The proportion of the same genes descended from the common ancestor in two individuals defines the degree of relationship or coefficient of relationship.

Inbreeding is, then, the mating of relatives which probably results in identical pairs of genes at a locus. The probability that both genes at a locus are identical by descent is defined as inbreeding coefficient of an animal. The coefficients of relationship and inbreeding is calculated to ;

- a) Be used in some methods of estimation of heritability,
- b) Plan and control the mating systems,
- c) Increase accuracy in estimation of breeding value,
- d) Measure the effect of inbreeding on various traits.

This study describes the tabular method in estimating degree of relationship, inbreeding coefficient and additive relationship matrix in addition to short explanation of path coefficient method.

Key Words: Relationships, Coefficient of relationship, Inbreeding coefficient, Tabular methods.

ÖZET

Bir veya daha fazla ortak ataya sahip olan bireyler akrabadır. Bunların ortak atadan aldıkları genlerin bir başka ifadeyle ortak atadan dolayı her iki bireyde özdeş genlerin toplam genlere oranı akrabalık derecesidir. Akrabalı yetiştirme; ise akraba olanların çiftleştirilmesidir ve bir lokustaki iki allelin ortak ata ya da atalardan dolayı özdeş olma ihtimali akrabalı yetiştirme katsayısı olarak ifade edilir. Akrabalık derecesi ve akrabalı yetiştirme katsayısı; kalıtım derecesini tahmin yöntemlerinden bazılarının uygulanması, çiftleştirme sistemlerinin planlanması ve kontrolü, damızlık değeri tahminindeki isabetin artırılması, akrabalığın çeşitli verimlere etkisinin ölçülmesi vb. gerekçelerle hesaplanır.

* : Arař. Gör. Adnan Menderes Üniversitesi Ziraat Fakültesi Zootečni Bölümü, AYDIN

** : Prof. Dr. Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi Zootečni Bölümü, ANKARA

Bu çalışmada, iz diyagramından akrabalık hesaplama yöntemi kısaca açıklandıktan sonra, eklemeli akrabalık derecesi, akrabalı yetiştirme katsayısı ve akrabalık matrisini daha kolay hesaplamaya imkan veren "tablo yöntemi" etraflıca açıklanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Akrabalık, Akrabalık Derecesi, Akrabalı Yetiştirme Katsayısı, Tablo Yöntemi.

GİRİŞ ve LİTERATÜR ÖZETİ

İki yada daha fazla bireyin, bir ya da birden çok ortak ataya sahip olmaları onların akraba sayılmalarına yol açar. Aynı şekilde birey ile atası da akrabadır. İki hayvanın benzer genlere sahip olmasından kaynaklanan bu ilişkisinin, yani akrabalık derecesinin, ölçülmesi hayvan ıslahı çalışmalarının önemli gereklerinden biridir. Gerçekten de, bir birey hakkındaki karar, bir başka birey ya da grubun değerine göre verilecekse, bu kararın doğruluk derecesi, bir başka ifadeyle, o hayvanın damızlık değerini tahmindeki isabet, bir ölçüde, bu bireyle diğer birey ya da grup arasındaki akrabalık derecesiyle de ilişkilidir.

Farklı cinsiyetten iki bireyin akrabalık derecesini bilmek, bunların vereceği döllerin sahip oldukları lokuslardan yüzde kaçında benzer allelerin bulunacağını, ya da bir lokustaki iki allelin atalardan dolayı özdeş olması ihtimalini tahminde bir ölçü olarak kullanılabilir. Kısaca akrabalı yetiştirme katsayısı olarak ifade edilen bu değerın hesaplanabilmesi de bireyin anası ile babasının akrabalık derecesini bilmeyi gerektirir. Bireylerin akrabalı yetiştirme katsayısının bilinmesi ise sadece sürüdeki çiftleştirme sistemi hakkında bilgi sağlamakla kalmaz, akrabalı yetiştirme sisteminin zararlı seviyelere yükseltilmeden sürdürülmesi konusunda yol gösterici bir rol oynar.

Akrabalık derecesi ve akrabalı yetiştirme katsayısı kısaca;

1. Kalıtım derecesi tahmin yöntemlerinden bazılarının uygulanması,
2. Çiftleştirme sisteminin planlanması ve kontrolü,
3. Damızlık değeri tahmininde daha fazla bilgi kaynağının kullanımı ve bu yolla tahmin hataları varyansının düşürülmesi,
4. Akrabalığın çeşitli verimlere etkisinin ölçülmesi ve bu verimlerde düşmeye yol açan kritik noktaların belirlenmesi,
5. Verimleri etkileyen faktörlerin etki miktar ve payları hesaplanırken faktörler arasına akrabalı yetiştirme katsayısını da katarak. bu etkile-

rin daha doğru hesaplanma ihtimalinin artırılması, gibi nedenlerle bilinmek durumundadır.

Akrabalığın ölçülmesi konusunda bir çok araştırmacı çeşitli yaklaşımlar ileri sürmüşlerdir. Bunlardan Wright (1921) ve Malecot (1948)' un geliştirdikleri kavramlar daha fazla kullanılmıştır. Malecot (1948) ortak ataya sahip iki bireyin genlerinin ortak atadan dolayı özdeş olma ihtimalinin hesaplanmasından yola çıkarak Pedigri Katsayısı kavramını geliştirmiştir. Wright (1921) ise çok daha önce genlerin eklemeli etkileri arasındaki genetik korrelasyonu akrabalık derecesi olarak ifade etmiştir. Akrabalık derecesi ile pedigri katsayısı arasında bir ilişki vardır ve genellikle pedigri katsayısı akrabalık derecesinin yarısına eşittir. Malecot' un yaklaşımı Kavuncu (1991) ve Kızılkaya (1992), Wright' in yaklaşımı ise Düzgüneş ve ark. (1996) ve Kızılkaya (1992) tarafından etraflıca açıklanmıştır.

Araştırmacılar hesaplama kolaylığı açısından genellikle Wright tarafından tanımlanan akrabalık derecesini kullanmışlardır. Fakat son yıllarda, akrabalığın ölçülmesine ilişkin temel yapı oluştuktan sonra, bu yapıya bağlı hesaplamaların nasıl yapılabileceği konusunda bir takım çalışmalar yürütülmüştür. Özellikle bilgisayar kullanımının yaygınlaşması sürecinde, akrabalığın ve damızlık değerinin bilgisayar yardımıyla hesaplanmasına yönelik girişimler yoğunluk kazanmıştır. Günümüzde bir gruptaki akrabalığı; köşegeni akrabalı yetiştirme katsayısının, diğer elamanları ise bireyler arası akrabalık derecesinin fonksiyonu olan, gruptaki hayvan sayısına eşit boyutta bir kare matris halinde hesaplamak kolay ve damızlık değerinin tahmini açısından kullanışlı hale getirilmiştir.

Bu çalışmada, akrabalıkla ilgili hesaplamaları bilgisayar programı kullanmadan yapacaklarla, bu konuda bilgisayar programı hazırlayacaklara akrabalık matrisinin özellikleri ve matrisin oluşturulması konularında yardımcı olacak bilgiler, kısaca sunulmaya çalışılacaktır.

2. AKRABALIK MATRİSİ

Bir grupta bulunan hayvanlar arasındaki akrabalık ilişkisini matris formunda ifade etmek, matrisin satır ve sütunlarının hangi bireylere ait oldukları biliniyorsa, tüm ilişkileri bir arada görme ve değerlendirme imkanı sağlar.

2.1. Akrabalık Matrisi' nin Özellikleri

Nitelikleri ve kullanım alanlarının çok önemli bir bölümü Henderson (1976) tarafından açıklanan ve A ile gösterilen **Akrabalık Matrisi** aşağıdaki özelliklere sahiptir.

(a) Akrabalık Matrisi simetriktir ($a_{ij} = a_{ji}$) ve köşegen dışı elemanlarının her biri o gözü oluşturan satır ile sütunun veya sütun ile satırın ait olduğu bireylerin birbirleriyle akrabalık derecesinin bir fonksiyonudur ve eklemeli akrabalık derecesi* olarak ifade edilir.

(b) Akrabalık Matrisi' nin köşegendeki elemanları o köşegeni temsil ettiği bireyin akrabalı yetiştirme katsayısının bir fonksiyonudur ve;

$a_{ij} = 1 + F_i$ değerine sahiptir. Burada;

a_{ij} = Akrabalık Matrisi' nin i. hayvana ait köşegen elemanı

F_i = i. bireyin akrabalı yetiştirme katsayısıdır ve i. bireyin annesi ile babasının akrabalık derecesi ikiye bölünerek hesaplanır.

(c) Akrabalık Matrisi' nin köşegen dışı elemanları i ve j bireyleri arasındaki akrabalık derecesinin bir fonksiyonudur ve bu fonksiyon daha önce belirtildiği gibi, eklemeli akrabalı derecesi olarak da ifade edilir. Eklemeli akrabalık derecesiyle (a_{ij} akrabalık derecesi (r_{ij}) (Wright, 1921 tarafından açıklanan) arasındaki ilişki

$$a_{ij} = r_{ij} \sqrt{a_{ii} * a_{jj}} ; r_{ij} = a_{ij} / (\sqrt{a_{ii} * a_{jj}})$$

şeklinde gösterilir. Burada;

r_{ij} = i ve j bireyleri arasındaki akrabalık derecesini,

a_{ij} = i ve j bireyler arasındaki eklemeli akrabalık derecesini,

$a_{ii} = 1 + F_i$; $a_{jj} = 1 + F_j$ değerlerini ifade eder.

Akrabalık derecesi hesabının bu yapıda, yani eklemeli akrabalık derecesi olarak ele alınması hesaplamada matris kullanımını mümkün ve kolay kılmaktadır.

2.2. Akrabalık Matrisi' nin Oluşturulması

Akrabalık Matrisi' nin elemanlarını elde edebilmek için pedigrı bilgilerinden yararlanarak öncelikle bireyin, babasının ve anasının numara ya da adlarını içeren bir liste oluşturulmalıdır. Liste oluşturulurken kesinlikle ilk generasyondan başlanmalı ve bireyler yaşlıdan gence doğru sıralanmalıdır. Listenin ilk sütununda birey, ikinci sütununda baba ve üçüncü sütunun da ise ana tanımlanmalıdır. Tanımlamada, doğrudan kulak numarası kullanılması karışıklıkları büyük ölçüde engeller. Liste kesinleştirilirken, bir başka ifadeyle kullanıma hazır hale getirilirken bazı bireylerin ana ve/veya baba numarasının pedigrıde yer almadığı görülecektir.

* : Eklemeli Akrabalık Derecesi: İki bireyde ortak olan genlerin toplam genlere oranının bir ölçüsüdür ve akrabalığı araştırılan bireylerin akrabalı yetiştirilmiş olup olmadıklarını dikkate almaz.

Bu durumda olanların ebeveynleri sütununa 0 (sıfır) değeri yazılmalı, numarası bilinenlerin tamamına ise, en yaşlıdan en gence doğru, 1' den başlayarak sırayla yeni numaralar verilmelidir.

Listede N sayıda birey yer alırsa Akrabalık Matrisi, A, doğal olarak (N*N) boyutunda olacaktır. Başlangıç generasyonu B kadar bireyden oluşuyorsa, bu bireylerin ebeveynleri bilinemediğinden birbirleriyle akrabalıkları hesaplanamayacak, dolayısıyla Akrabalık Matrisi' nin sol üst köşesinde (B*B) boyutunda bir birim matris (köşegen elamanları 1, diğer elemanları, köşegen dışı elemanları, 0 olan matris), A₁, oluşacaktır.

Listedeki N sayıda bireyden, listenin ilk sütununda yer alan i. bireyin ebeveynleri p ve q olarak tanımlanır, listede i. bireyden önce yer alan ve i. bireyle akrabalığı hesaplanacak herhangi bir birey de j. birey olarak ifade edilirse, akrabalık matrisinin elamanlarını elde etmede, farklı durumlar için aşağıda eşitliklerden yararlanılır.

(a) i. bireyin iki ebeveyni de (anası ve babası) bilinmiyorsa, p=q=0 ise

$$a_{ij}=a_{ji}=0, (j=1 \dots i-1) ; a_{ii}=1$$

(b) i. bireyin ebeveynlerinden yalnızca biri (anası veya babası) biliniyorsa, p>0 ve q=0 veya p=0 ve q>0 ise,

$$a_{ij} = a_{ji} = (1/2) * (a_{jp}), (j=1 \dots i-1) \text{ veya } a_{ij} = a_{ji} = (1/2) * (a_{jq}), (j=1 \dots i-1), a_{ii}=1$$

a_{jp} veya a_{jq} anlaşılacağı gibi j. bireyin, i. bireyin ebeveynlerinden biriyle eklemeli akrabalık derecesidir.

(c) i. bireyin her iki ebeveyni de (hem anası hem de babası) biliniyorsa, p>0 ve q>0,

p≠q; q>0 ise,

$$a_{ij} = a_{ji} = (1/2) * (a_{jp} + a_{jq}), (j=1 \dots i-1) \text{ ve } a_{ii} = 1 + (1/2) * (a_{pq})$$

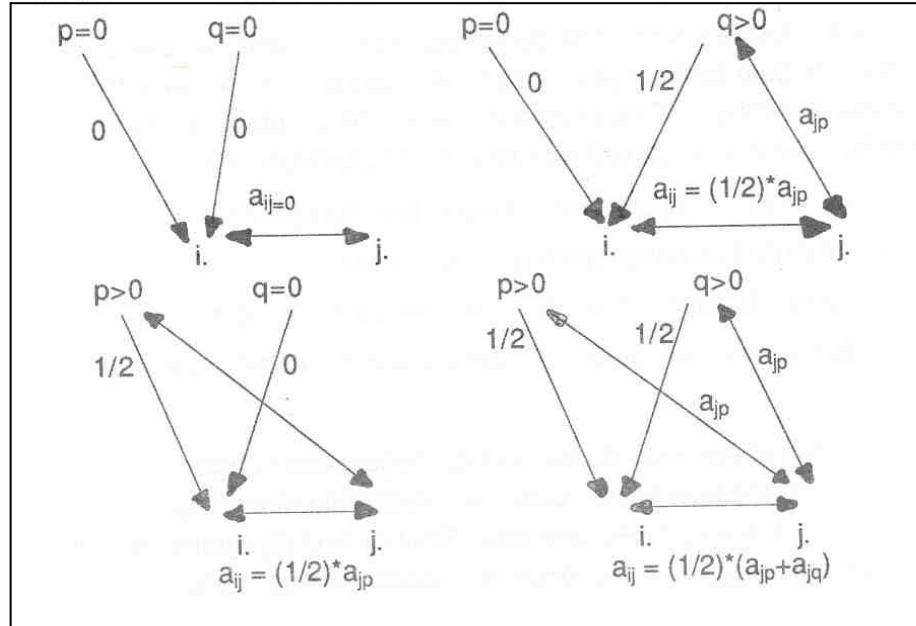
eşitlikleri yazılabilir.

Eşitliklerden de anlaşılacağı üzere; i. bireyin j. birey ile ilişkisi, akrabalığı, i. bireyin ebeveynleri aracılığıyla gerçekleşmektedir. Bir başka ifadeyle; i. bireyin ebeveynleri olan p ve q' nun, j. birey ile akrabalık dereceleri toplamının yarısı, i. bireyin j. birey ile akrabalık derecesini vermektedir. Bu, ebeveynlerin döllerine kendi genotiplerinin rasgele yarısını aktardıkları düşüncesine dayalı bir değerlendirmedir. Ebeveynleri bilinmeyen i. bireyin kendi generasyonundan önceki generasyonda yer almış bireylerle ilişkisi

olmayacağından, varsa bile hesaplanamayacağından, doğal olarak bu ilişkisi sıfır ile tanımlanacaktır.

Burada sözü edilen ilişkileri iz diyagramında göstermek ve iz katsayısı olarak hesaplamak mümkündür. Aşağıdaki iz diyagramlarında benzer notasyonlar kullanılarak bu konuyla ilgili kısa bir açıklama verilmiştir. Bilindiği gibi iz diyagramından yararlanılarak ilişki hesaplamada iki değişkeni birbirine bağlayan izler ve bunların değerleri kullanılır. İlişkinin derecesi de bunlar birbirine bağlayan izlerin toplamıyla ölçülür. İz katsayısı için yukarıdaki basit kural, bilinen ebeveynlerden döle gelen iz katsayısının değerinin $1/2$ olduğu hatırlanarak, uygulandığında söz konusu eşitlikler elde edilebilir.

Yukarıda açıklanan yöntem, pedigri bilgilerinden yararlanarak, bireyler arasındaki eklemeli akrabalık derecesini ve bireylerin akrabalı yetişme katsayısını hesaplamada etkili bir algoritma sunmakta ve bu alanda bilgisayar kullanımına imkan ve kolaylık sağlamaktadır. Bu yöntemeye dayalı olarak hazırlanan veya hazırlanacak bilgisayar programıyla elde edilen Akrabalık Matrisi (A), bilgisayar programına gerek duyulmaksızın da yukarıda verilen özellikler kullanılarak hesaplanabilir. "Tablo Metodu" olarak tanımlanan bu hesaplama yöntemi aşağıda örneklerle, ayrıntılı bir şekilde anlatılacaktır.

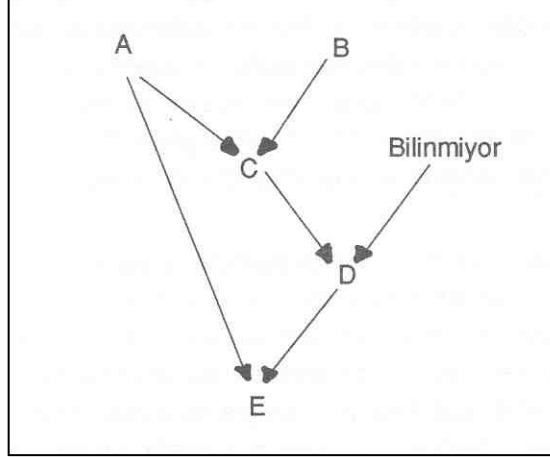


p ve q = 0 değeri ebeveynlerin bilinmediğini, p ve q>0 değeri ise bilindiğini ifade eder.

Şekil 1. İki birey ve bunlardan birinin diğerinin ebeveynleri ile olası ilişkileri.

2.3. Tablo Yöntemi

Bireyler arasındaki eklemeli akrabalık derecesini ve bireylere ait akrabalı yetişme katsayısını hesaplamada Tablo Metodunun nasıl kullanılacağı aşağıda iz diyagramı şeklinde verilen pedigrinin kullanılarak aşama aşama açıklanacaktır.



Şekil 2. E bireyine ait pedigrinin iz diyagramına dönüştürülmüş hali

Aşama 1. Pedigrinin Tabloya Dönüştürülmesi

Tablo oluşturulurken önce, pedigrinin ya da pedigrilerde yer alan bütün hayvanlar, doğum tarihi veya genarasyon sırasına göre, en yaşlıdan en gence doğru sıralanır. Sıralamanın doğru yapılması oldukça önemlidir. Hayvanların bulunduğu genarasyon sırasının (m) belirlenmesi için;

$m = \max(i, j) + 1$ eşitliğinden yararlanılabilir. Bu eşitlikte;

m = Bireyin bulunduğu genarasyonun sırasını,

i = Bireyin babasının bulunduğu genarasyonun sırasını,

j = Bireyin anasının bulunduğu genarasyonun sırasını ifade eder.

Eşitlikte yer alan max ifadesi, i veya j değerinden hangisi büyük ise onun dikkate alınacağını belirtir. Eğer i ve j değerleri birbirine eşit ($i=j$) ise $m=i + 1$ veya $j + 1$ şeklinde hesaplanabilir. Şekil 2' de iz diyagramı şeklinde verilen pedigrinin bilgileri daha önce açıklanan amaca uygun şekilde düzenlendiğinde aşağıdaki tablo elde edilir.

Tablo 1. Bireyler, ebeveynleri ve bireylerin dahil oldukları generasyon sırası.

Birey	Baba	Ana	Genarasyon
A	0	0	$m(A)=1$
B	0	0	$m(B)=1$
C	A	B	$m(C)=m(A)+1=2$
D	C	0	$m(D)=m(C)+1=3$
E	A	D	$m(E)=m(D)+1=4$

Usulüne göre ve doğru olarak hazırlanmış bir tabloda, herhangi bir hayvanın, ebeveynlerinden önce yer alması söz konusu olamaz. Eğer düzenleme bu hususu yerine getirmiyorsa, bu aşama yanlış yapılmıştır, dolayısıyla sonuçlar doğru olmayacaktır.

Aşama 2. Hesaplama Tablosunun Oluşturulması.

Hesaplama tablosunun oluşturulmasına hesaplama dahil birey sayısının bir fazlası kadar satır ve sütun içeren bir tablo hazırlanarak başlanır (Tablo 2). Bu tablonun ilk sütununa, ikinci satırdan başlayarak aşağı doğru, ilk satırını da ikinci sütunundan başlayarak sağa doğru birey isimleri veya numaraları yazılır. Böylece Tablo 1' in ilk sütununda yer alan N sayıda bireyin birbirleriyle ilişkisini ifade etmeye imkan veren NxN sayıda boş alana sahip bir çizelgeye sahip olunur (Tablo 2). Hayvan numaraları gözardı edilirse bu tablonun (Tablo 2) NxN boyutunda bir matris olarak algılanabileceği açıktır.

Tablo 2. Hesaplama tablosunun oluşturulması (1. Kademe)

Hayvanlar→	A	B	C	D	E
↓					
A					
B					
C					
D					
E					

Hesaplama tablosunun hazırlanmasında bundan sonraki kademeyi hesaplama tablosuna ebeveynlerin yerleştirilmesi oluşturur.

Bunun için ilk satırda yer alan her bireyi tanımlayan harf ya da rakamın üstüne o bireyin ebeveynleri, Tablo 1' den yararlanılarak, Tablo3' te görüldüğü şekilde yazılır. Birinci generasyondaki hayvanların ebeveynleri bilinmediğinden, tabloda bu bireylerin isim veya numaralarının üzerine iki çizgi konulur. Birinci generasyondan sonraki generasyonlarda yer alan bir bireyin eğer sadece ebeveynlerinden biri biliniyorsa, bilinen ebeveynin isim veya numarası yazılırken, bilinmeyen ebeveyn için de, karışıklığı önlemek amacıyla, soru işareti konulabilir (Tablo 3).

Tablo 3. Hesaplama tablosunun oluşturulması (2. kademe)

Ebeveynler→	- -	- -	A B	C ?	A D
Hayvanlar→	A	B	C	D	E
↓					
A					
B					
C					
D					
E					

Aşama 3. Hesaplamanın Yapılması

a) Köşegenlerin ve başlangıç genarasyonundaki akrabalığı tanımlayan gözlerin doldurulması

Hesaplamanın ilk ayağını Tablonun köşegen gözlerine, yani aynı harf veya rakamlı satır ile sütunun kesiştiği göze, 1 sayısının yazılması oluşturur (Tablo 4). Köşegenlere yazılan 1 değeri, birey akrabalı yetişmediği zaman, kendi kendisiyle olan eklemeli akrabalık derecesini (a_{ij} veya a_{AA} , a_{BB} , a_{11} .. vb) ifade eder. Başlangıç genarasyonundaki hayvanların pedigrileri bilinmiyor, sadece akrabalı yetiştirme katsayıları (F_j) biliniyorsa -ki bazen bu durum söz konusu olabilir- bu değer, bireylere ait köşegen gözünde ($1+F_j$ şeklinde yer alır. Diğer genarasyondaki hayvanların akrabalı yetiştirme katsayıları, ilerde açıklandığı gibi hesaplanarak, köşegenlere yine ($1+F_j$) şeklinde yazılır.

Başlangıç genarasyonunu oluşturan hayvanlar arası eklemeli akrabalık derecesi (a_{ij}) biliniyorsa bunlarla ilişkili gözlere bu değerler yazılır. Eğer bu konuda bilgi yoksa, başlangıç genarasyonunu oluşturan bireyler arasında akrabalık yok varsayılarak, bunlarla ilgili gözlere (a_{ij} ve a_{ji}) sıfır konur (Tablo 4).

Tablo 4. Köşegenlerin ve başlangıç genarasyonundaki akrabalığı tanımlayan gözlerin doldurulması.

Ebebeynler→	- -	- -	A B	C ?	A D
Hayvanlar→	A	B	C	D	E
↓					
A	1	0			
B	0	1			
C			1		
D				1	
E					1

Sonuçta b bireyler arasındaki eklemeli akrabalık dereceleri ile bireylerin akrabalı yetiştirme katsayılarını gösterecek olan bu tablo, aşağıdaki adımların devamlı şekilde tekrarlanmasıyla tamamlanır.

b) Köşegen dışı elemanların hesaplanması

Tabloda yer alan bireyler arasındaki eklemeli akrabalık derecesini verecek olan köşegen dışı elemanları (a_{ij}) hesaplamak için;

1) Tabloda birinci satırdan (A bireyi) başlanarak, bu satır üzerindeki ilk boş göz belirlenir (Tablo 4' te C bireyine ait göz).

2) Bu gözüün yer aldığı sütunun ait olduğu bireyin (c) ebeveynlerine (A ve B) ait sütunların, bu satır ile kesişerek oluşturduğu gözlerdeki değerler (1 ve 0) tespit edilir. Başka bir ifadeyle, bu ebeveynlerin (A ve B), bu satırın ait olduğu bireyle (A) eklemeli akrabalık dereceleri belirlenir.

3) Bu iki değer toplanıp yarısı alınarak $\{(1/2)*(a_{AA} + a_{AB}) = 1/2 (1 + 0) = 0,5\}$ köşegen dışı eleman, yani satır ve sütunun ait olduğu bireyler (A ile C) arasındaki eklemeli akrabalık derecesi (A_{AC}) bulunur (Tablo 5).

4) Aynı işlemler, bu satır üzerinde boş alan diğer gözler için de tekrarlanır (Tablo 5). Örneğin en son göz, bu gözde yer alan E bireyinin babası olan A ile annesi olan D bireyelerine ait sütunların ilk satırdaki değerleri toplamının $(1 + 1/4)$ yarısı alınarak doldurulur $\{(1/2)*(1 + 1/4) = (1/2)*(5/4)=5/8\}$.

İlk satır tamamlandıktan sonra, tablo simetrik olduğundan, aynı değerler ilk sütuna da aynen yazılır (Tablo 6). Bu durumda A bireyine ait satır ile sütunun değerleri aynı olacaktır. Bu örnekte, 3. satırdan itibaren söz konusu değerler;

$a_{AC} = a_{CA} = 1/2$, $a_{AD} = a_{DA} = 1/4$ ve $a_{AE} = a_{EA} = 5/8$ dir (Tablo 6)

Tablo 5. Birinci satırın tamamlanması.

Ebeveynler→	- -	- -	A B	C ?	A D
Hayvanlar→	A	B	C	D	E
↓	A	B	C	D	E
A	1	0	$(1/2)*(1+0)=1/2$	$(1/2)*(1/2)=1/4$	$(1/2)*(1+1/4)=5/8$
B	0	1			
C			1		
D				1	
E					1

Tablo 6. İlk sütunun doldurulması.

Ebeveynler→	- -	- -	A B	C ?	A D
Hayvanlar→	A	B	C	D	E
↓	A	B	C	D	E
A	1	0	$(1/2)*(1+0)=1/2$	$(1/2)*(1/2)=1/4$	$(1/2)*(1+1/4)=5/8$
B	0	1			
C	1/2		1		
D	1/4			1	
E	5/8				1

C) Bireylerin akrabalı yetiştirme katsayılarının hesaplanması

Birinci satır ve sütun tamamlandıktan sonra, ikinci satıra geçilir ve işlemlere daha önce 1 değeri yazılmış olan ve köşegende yer alan gözden başlanır. Bu köşegende yer alan 1 değerine, önceden biliniyorsa veya hesaplanmışsa, bireyin ebeveynleri arasındaki eklemeli akrabalık derecesinin yarısı eklenir. Ebeveynler arasındaki eklemeli akrabalık derecesi ebeveynlerden birinin yer aldığı satır ile diğerinin yer aldığı sütunun kesiştiği gözden okunabilir. Şayet bireyin ebeveynlerinden biri veya ikisi de bilinmiyorsa bu gözde yer alan 1 değerine herhangi bir ekleme yapılamaz.

Ebeveynler arasındaki eklemeli akrabalık derecesinin yarısı, onların döllerinin akrabalı yetiştirme katsayısını verir. Bu örnekte başlangıç generasyonunda yer alan B bireyinin ebeveynleri bilinmediğinden ve daha önce buna ilişkin hesaplanmış bir değer olmadığından, F_B değeri de F_A değeri gibi sıfırdır. B bireyine ait satırını tamamlamak için daha önce 1. satırdaki köşegen dışı elemanların hesaplanması için anlatılan yol izlenir ve bulunan değerler, yerlerine yazılarak B bireyine ait satır ve sütun tamamlanır (Tablo 7).

Tablo 7. İkinci satırın hesaplanması ve ikinci sütunun tamamlanması.

Ebebeynler→	- -	- -	A B	C ?	A D
Hayvanlar→	A	B	C	D	E
↓	A	B	C	D	E
A	1	0	$(1/2)*(1+0)=1/2$	$(1/2)*(1/2)=1/4$	$(1/2)*(1+1/4)=5/8$
B	0	1	$(1/2)*(0+1)=1/2$	$(1/2)*(1/2)=1/4$	$(1/2)*(1+1/4)=1/8$
C	1/2	1/2	1		
D	1/4	1/4		1	
E	5/8	1/8			1

İkinci satırın tamamlanmasına kadar anlatılanlar her satır için tekrarlanarak tablo tamamlanır. Bu örnekte geriye kalan bireyler (C, D ve E) için satır ve sütun değerleri hesaplanarak Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. Tablonun tamamlanması.

Ebebeynler→	- -	- -	A B	C ?	A D
Hayvanlar→	A	B	C	D	E
↓	A	B	C	D	E
A	1	0	$(1/2)*(1+0)=1/2$	$(1/2)*(1/2)=1/4$	$(1/2)*(1+1/4)=5/8$
B	0	1	$(1/2)*(0+1)=1/2$	$(1/2)*(1/2)=1/4$	$(1/2)*(1+1/4)=1/8$
C	1/2	1/2	$1+0=1$	$(1/2)*(1)=1/2$	$(1/2)*(1/2+1/2)=1/2$
D	1/4	1/4	1/2	$1+0=1$	$(1/2)*(1/4+1)=5/8$
E	5/8	1/8	1/2	5/8	$1+(1/4)*(1/2)=9/8$

Tablo 8’ de en son birey için akrabalı yetiştirme katsayısı $FEE = 1/2 * (a_{AD}) = 1/2 * (1/4) = 1/8$ olarak hesaplanmış ve bu gözde yer alan 1’ e eklenmiştir. Bu şekilde düzenlenen tabloda iki farklı nitelikte değer mevcuttur.

1) Köşegen elemanları: Bunlar, 1 değeri ile bu köşegenin ait olduğu bireyin ebeveynleri arasındaki eklemeli akrabalık derecesinin yarısına karşılık gelen değer, yani, bireyin akrabalı yetiştirme katsayısının toplamından oluşur. Bir başka ifadeyle, herhangi bir ferde ait köşegende yer alan değer 1 eksiği o ferdenin akrabalı yetiştirme katsayısıdır.

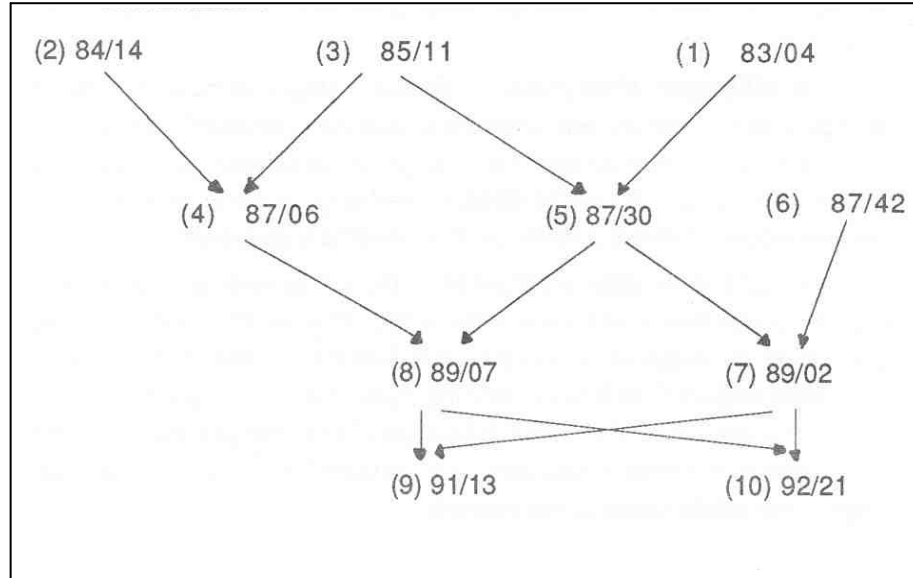
2) Köşegen dışı elemanlar: Bunlar, bireyler arasındaki eklemeli akrabalık derecesini ifade eder. Farklı satır ve sütunların kesiştiği gözlerdeki bu değerler, sütun bireyinin babası ve anasının aynı satır üzerindeki değerleri toplamının yarısına eşittir. Yalnız bu ilişki, sadece üst köşegende geçerlidir. Eğer aynı ilişkiyle alt köşegende yer alan bir değer hesaplanmak istenirse, o satır bireyinin ebeveynlerinin o sütunda yer alan değerlerinin ortalamasını almak yeterlidir.

Özel durum

Eğer akrabalık derecesi hesaplanan bireyler arasında tek yumurta ikizleri varsa, hesaplamalarda bunlardan yalnızca biri dikkate alınır ve bu bireyin diğer bireylerle olan akrabalık dereceleri hesaplanır. Hesaplama tamamlandıktan sonra bu değerler, diğer kardeş için de satır ve sütun olarak tabloya eklenir. Bu durumda hem sonradan eklenen ikizin köşegen gözüne hem de ikizlerin birbirleriyle akrabalığını içerecek gözlere ilk ikiz eşinin köşegeni için bulunan değer yerleştirilir.

Wright'ın akrabalık derecesi ile eklemeli akrabalık derecesi arasındaki ilişki daha önce ifade edilmişti. Bu ifade akılda tutularak hesaplama mantığı izlenirse Wright'ın yöntemiyle hesaplanacak akrabalık derecesinin en az sıfır en fazla 1 olabileceği, buna karşılık tablo yöntemiyle hesaplanan eklemeli akrabalık derecesinin en az sıfır en fazla da 2 olarak hesaplanabileceği görülür. Buna karşılık iki yöntemde de akrabalı yetişme katsayısının değeri 0-1 arasında değişir. Eklemeli akrabalık derecesinin en yüksek değerinin 1 değil de 2 olması ilk bakışta anlamlı görülmeyebilir. Gerçekten de sadece akrabalık inceleniyorsa bunun 1.5 ya da 2 olarak ifade edilmesi pek anlamlı değildir. Ne var ki, iki hayvanın damızlık değerleri arasındaki korelasyonu ifade eden akrabalık derecesi, akrabalığın bilinmesi dışında da kullanılan alanına sahiptir. Böyle durumda damızlık değerleri arası kovaryansın, birlikte değişimin, bir ölçüsünü veren eklemeli damızlık değeri, daha fazla kullanım alanı bulmaktadır.

ÖRNEKLER:



Sıralı Pedigri Listesi (Aşama 1)

Birey No	B i r e y i n	
	Babası	Anası
83/04	0	0
84/14	0	0
85/11	0	0
87/06	85/11	84/14
87/30	85/11	83/04
87/42	0	0
89/02	87/30	87/42
89/07	87/30	87/06
91/13	89/07	89/02
92/21	89/07	89/02

Yeniden Numaralanmış Pedigri Listesi

Birey No	B i r e y i n	
	Babası	Anası
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	3	2
5	3	1
6	0	0
7	5	6
8	5	4
9	8	7
10	8	7

Yukarıda verilen pedigrinde bulunan 10 bireyin birbirleriyle eklemeli akrabalık dereceleri ve bu bireylerin akrabalı yetiştirme katsayıları.

Ebeveynler Hayvanlar	H a y v a n l a r									
	- - 1	- - 2	- - 3	3-2 4	3-1 5	- - 6	5-6 7	5-4 8	8-7 9	8-7 10
1	1	0	0	0	1/2	0	1/4	1/4	1/4	1/4
2	0	1	0	1/2	0	0	0	1/4	1/8	1/8
3	0	0	1	1/2	1/2	0	1/4	1/2	3/8	3/8
4	0	1/2	1/2	1	1/4	0	1/8	5/8	3/8	3/8
5	1/2	0	1/2	1/4	1	0	1/2	5/8	9/16	9/16
6	0	0	0	0	0	1	1/2	0	1/4	1/4
7	1/4	0	1/4	1/8	1/2	1/2	1	5/16	21/32	21/32
8	1/4	1/4	1/2	5/8	5/8	0	5/16	9/8	23/32	23/32
9	1/4	1/8	3/8	3/8	9/16	1/4	21/32	23/32	37/32	44/64
10	1/4	1/8	3/8	3/8	9/16	1/4	21/32	23/32	44/34	37/32

Örnek 2. Başlangıç generasyonu hariç 6 generasyon öz kardeş çiftleşmesi sonucu elde edilmiş bir bireyin akrabalarıyla ve akrabalarının birbiriyle ilişkisi.

A) Eklemeli Akrabalık Derecesi

	- - 1	- - 2	1 2 3	1 2 4	3 4 5	3 4 6	5 6 7	5 6 8	7 8 9	7 8 10	9 10 11	9 10 12	11 12 13	11 12 14	13 14 15
1	1.000	0.000	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
2	0.000	1.000	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
3	0.500	0.500	1.000	0.500	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750
4	0.500	0.500	0.500	1.000	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750
5	0.500	0.500	0.750	0.750	1.250	0.750	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	0.500	0.500	0.750	0.750	0.750	1.250	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.375	1.000	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
8	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.000	1.375	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
9	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.188	1.188	1.500	1.188	1.344	1.344	1.344	1.344	1.344
10	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.188	1.188	1.188	1.500	1.344	1.344	1.344	1.344	1.344
11	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.188	1.188	1.344	1.344	1.594	1.344	1.469	1.469	1.469
12	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.188	1.188	1.344	1.344	1.344	1.594	1.469	1.469	1.469
13	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.188	1.188	1.344	1.344	1.469	1.469	1.672	1.469	1.570
14	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.188	1.188	1.344	1.344	1.469	1.469	1.469	1.672	1.570
15	0.500	0.500	0.750	0.750	1.000	1.000	1.188	1.188	1.344	1.344	1.469	1.469	1.570	1.570	1.734

AKRABALIĞIN TAHMİN EDİLMESİ (DERLEME)

B) Wright'ın akrabalık derecesi

	- - 1	- - 2	1 2 3	1 2 4	3 4 5	3 4 6	5 6 7	5 6 8	7 8 9	7 8 10	9 10 11	9 10 12	11 12 13	11 12 14	13 14 15
1	1.000	0.000	0.500	0.500	0.447	0.397	0.397	0.397	0.351	0.351	0.310	0.310	0.274	0.274	0.242
2	0.000	1.000	0.500	0.500	0.447	0.447	0.397	0.397	0.351	0.351	0.310	0.310	0.274	0.274	0.242
3	0.500	0.500	1.000	0.500	0.671	0.671	0.596	0.596	0.527	0.527	0.465	0.465	0.411	0.411	0.363
4	0.500	0.500	0.500	1.000	0.671	0.671	0.596	0.596	0.527	0.527	0.465	0.465	0.411	0.411	0.363
5	0.447	0.447	0.671	0.671	1.250	0.537	0.709	0.709	0.561	0.561	0.443	0.443	0.350	0.350	0.277
6	0.447	0.447	0.671	0.671	0.537	1.250	0.709	0.709	0.561	0.561	0.443	0.443	0.350	0.350	0.277
7	0.397	0.397	0.596	0.596	0.709	0.709	1.268	0.559	0.717	0.717	0.563	0.563	0.442	0.442	0.347
8	0.397	0.397	0.596	0.596	0.709	0.709	0.559	1.268	0.717	0.717	0.563	0.563	0.442	0.442	0.347
9	0.351	0.351	0.527	0.527	0.561	0.561	0.717	0.717	1.280	0.561	0.719	0.719	0.562	0.562	0.439
10	0.351	0.351	0.527	0.527	0.561	0.561	0.717	0.717	0.561	1.280	0.719	0.719	0.562	0.562	0.439
11	0.310	0.310	0.465	0.465	0.443	0.443	0.563	0.563	0.719	0.719	1.280	0.561	0.719	0.719	0.562
12	0.310	0.310	0.465	0.465	0.443	0.443	0.563	0.563	0.719	0.719	0.561	1.280	0.719	0.719	0.562
13	0.274	0.274	0.411	0.411	0.350	0.350	0.442	0.442	0.562	0.562	0.719	0.719	1.281	0.562	0.719
14	0.274	0.274	0.411	0.411	0.350	0.350	0.442	0.442	0.562	0.562	0.719	0.719	0.562	1.281	0.719
15	0.242	0.242	0.363	0.363	0.277	0.277	0.347	0.347	0.439	0.439	0.562	0.562	0.719	0.719	1.281

LİTERATÜR LİSTESİ

1. BEK, Y., CEBECİ, Z. (1990) : Akrabalık Derecesi ve Akrabalı Yetiştirme Katsayılarının Hesaplanmasında Dönüşümlü Matris Yöntemlerinin Kullanımı, Ç. Ü. Yayını.
2. DÜZGÜNEŞ, O, ELİÇİN, A, AKMAN, N: Hayvan ıslahı. A. Ü. Ziraat Fakültesi Yayınları. 1212/349. İkinci Baskı. ANKARA.
3. HENDERSON, C. R., (1976) : A Simple Method For Computing the Inverse of A Numerator Relationship Matrix Used in Prediction of Breeding Values, Biometrics 32: 69-83.
4. KAVUNCU, O.. (1991) : Kantitatif Genetik Ders Notları. A. Ü. Ziraat Fakültesi Zootekni Bölümü, ANKARA.
5. KIZILKAYA, K.. (1992) : Hayvanlarda Akrabalık. A. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Zootekni Anabilim Dalı (Seminer).
6. MALECOT. G. (1948) : Les Mathématiques de l'Heredité. Masson and Cie, Paris.
7. VAN VLECK, L., POLLAK, E. J., OLTENACU, E. A. B., (1987) : Genetics for the Animal Sciences. W. H. Freeman and Company, New York.
8. WRIGHT. S. (1921) : Systems of Matings. Genetics 6: 111-178